RANGO DE UNA MATRIZ CON PARÁMETROS (GAUSS) I

1) Halla el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & m \end{pmatrix}$ dependiendo del valor del parámetro m.

2) Halla el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ dependiendo del valor del parámetro a.

3) Halla el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+b \end{pmatrix}$ dependiendo de los valores de los parámetros a y b.

4) Halla el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 4 & -6 & 2 \\ 5 & -4 & p \end{pmatrix}$ dependiendo del valor del parámetro p.

5) Halla el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ dependiendo del valor del parámetro m.

6) Halla el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & n \end{pmatrix}$ dependiendo del valor del parámetro n.

SOLUCIONES

Todas las transformaciones se hacen por filas

1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & m \end{pmatrix} \xrightarrow[3^a-2\cdot 1^a]{2^a-1^a} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -2 \\ 0 & -3 & m-6 \end{pmatrix} \rightarrow 5\cdot 3^a-3\cdot 2^a \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 5m-24 \end{pmatrix}$

Por lo tanto si **m = 24/5** entonces **ran(A) = 2** y si **m $\neq$ 24/5** entonces **ran(A) = 3**.

2) $\begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow[3^a-2\cdot 1^a]{2^a-3\cdot 1^a} \begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ 1-3a & -4 & 0 \\ -1-2a & -1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 4\cdot 3^a-2^a \begin{pmatrix} a & 2 & 2 \\ 1-3a & -4 & 0 \\ -5-5a & 0 & 0 \end{pmatrix}$ si $-5-5a = 0 \rightarrow a = -1$

Si **a = -1 entonces ran(A) = 2** y si **a $\neq$ -1 entonces ran(A) = 3**.

3) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+b \end{pmatrix} \xrightarrow[3^a-1^a]{2^a-1^a} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$

Si $\begin{array}{l} a \neq 0 \ y \begin{cases} b \neq 0 \rightarrow ran(A) = 3 \\ b = 0 \rightarrow ran(A) = 2 \end{cases} \\ a = 0 \ y \begin{cases} b \neq 0 \rightarrow ran(A) = 2 \\ b = 0 \rightarrow ran(A) = 1 \end{cases} \end{array}$ (Basta con sustituir a = 0 o b = 0 en la matriz anterior).

4) $\begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 4 & -6 & 2 \\ 5 & -4 & p \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} 2^a-4\cdot 1^a \\ 3^a-5\cdot 1^a \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 0 & 14 & 2 \\ 0 & 21 & p \end{pmatrix} \rightarrow 14\cdot 3^o-21\cdot 2^a \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 0 & 14 & 2 \\ 0 & 0 & 14p-42 \end{pmatrix}$

Si 14p – 42 = 0 $\rightarrow$p = 3. Por lo tanto, si **p = 3 entonces ran(A)=2** y si **p$\neq$ 3 entonces ran(A)=3**.

5) $\begin{pmatrix} 1 & m \\ 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow 2^a-4\cdot 3^a \begin{pmatrix} 1 & m \\ -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ **Para cualquier valor de m ran(A) = 2**.

6) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & n \end{pmatrix} \rightarrow 2^a-2\cdot 1^a \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 1 & n \end{pmatrix} \rightarrow 3^a-1^a \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 0 & n-2 \end{pmatrix}$

Si **n = 2 entonces ran(A)=1** y si **n$\neq$ 2 entonces ran(A)=2**.